

103 年國中教育會考數學科非選擇題樣卷說明

一、第 1 題試題內容、評分指引、樣卷說明

< 試題內容 >

已知甲校有 a 人，其中男生占 60%；乙校有 b 人，其中男生占 50%。今將甲、乙兩校合併後，小清認為：「因為 $\frac{60\% + 50\%}{2} = 55\%$ ，所以合併後的男生占總人數的 55%。」如果是你，你會怎麼列式求出合併後男生在總人數中占的百分比？你認為小清的答案在任何情況都對嗎？請指出你認為小清的答案會對的情況。請依據你的列式檢驗你指出的情況下小清的答案會對的理由。

< 評分指引 > 依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	<ol style="list-style-type: none"> 使用 a、b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，寫出當 $a = b$ 時<u>小清</u>的答案會對，並以 $a = b$ 代入所列式子或其他正確關係式進行正確的檢驗。 使用 a、b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，以此式子等於 55% 之等式推導出 $a = b$ 時<u>小清</u>的答案會對。
2	<ol style="list-style-type: none"> 使用 a、b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，並(1)寫出當 $a = b$ 時<u>小清</u>的答案會對，但未能正確完成檢驗的步驟；或(2)進行正確的檢驗，但得出<u>小清</u>的答案在任何情況下都會對的結論。 使用 a、b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，以此式等於 55% 之等式進行推論，但推論的過程中出現計算錯誤或缺乏部分步驟間的合理性。 未明確列出題目要求的式子，但以其他正確的關係式(如 $0.6a + 0.5b = 0.55(a + b)$)推導出 $a = b$ 時<u>小清</u>的答案會對。
1	<ol style="list-style-type: none"> 使用 a、b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，但未指出何時<u>小清</u>的答案會對，且未進行檢驗。 未明確列出題目要求的式子，且未正確完成檢驗的步驟，但(1)以反例說明<u>小清</u>的答案不一定正確；或(2)寫出當 $a = b$ 時<u>小清</u>的答案會對。 在未明確列出題目要求的式子下，以兩校人數相同的假設進行檢驗，得出<u>小清</u>的答案在此時會對的結果，但擴大解釋此結果為<u>小清</u>的答案在任何情況下都會對。
0	<ol style="list-style-type: none"> 只有答案或與題目無關。 策略模糊不清或錯誤。

< 樣卷說明 >

3 分樣卷一：

我的列式： $\frac{0.6a + 0.5b}{a + b} \times 100\%$

小清所答不見得適用於所有情況，會對的情況是 $a = b$ ，即兩校人數相同時。

證明：

$$a = b.$$

$$\Rightarrow \frac{0.6a + 0.5a}{2a} \times 100\% = \frac{1.1a}{2a} \times 100\% = 55\%$$

說明：使用 a 、 b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，寫出當 $a = b$ 時小清的答案會對，並以 $a = b$ 代入所列式子進行正確的檢驗。

3 分樣卷二：

1. $\frac{\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}b}{a + b} \times 100\%$

2. 不一定。

3. $\frac{\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}b}{a + b} = \frac{55}{100}$

$$60a + 50b = 55(a + b)$$

$$5a = 5b$$

$$a = b$$

故當兩校人數相同時，小清的答案會對。

② 代入 $a = 1000 = b$

$$\frac{600 + 500}{2000} = \frac{\frac{1100}{2000}}{100} = \frac{55}{100}$$

說明：使用 a 、 b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，以此式子等於 **55%** 之等式推導出 $a = b$ 時小清的答案會對。

2 分樣卷一：

1. 我的列式：

$$\frac{\frac{60}{100}a + \frac{50}{100}b}{a+b} = \frac{\text{甲男} + \text{乙男}}{\text{甲乙總數}}$$

2. 不對，如果甲校和乙校的人數不相同，則答案便不會是 55%，所以兩校人數需相同。

假設 $a = 20$, $b = 10$

代入上式： $\frac{60}{100} \times 20 = 12$ $\frac{50}{100} \times 10 = 5$

$$\frac{17}{30} \neq 55\%$$

說明：使用 a 、 b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，並寫出當兩校人數相同時小清的答案會對，但未能完成題目要求的檢驗。

2 分樣卷二：

1. 5. $\frac{0.6a + 0.5b}{2} = \frac{55}{100} \times ab$

$$55(ab) = 60a + 50b$$
$$55a + 55b = 60a + 50b$$
$$5a = 5b$$

因此只有 $a = b$ 的情況下會

說明：未明確列出題目要求的式子，但以正確的關係式 $55(a+b) = 60a + 50b$ 推導出 $a = b$ 時小清的答案正確。

1 分樣卷一：

$$\frac{a \times 60\% + b \times 50\%}{a + b}$$

說明：使用 a 、 b 正確列出合併後男生占總人數比例的式子，但未指出何時小清的答案會正確，且未進行檢驗。

1 分樣卷二：

錯，因為 $a \neq b$
設 $a = 1000$ 人 $\xrightarrow{60\%}$ 600 人
 $b = 1500$ 人 $\xrightarrow{50\%}$ 750 人

$$\frac{600 + 750}{2500} = \frac{1350}{2500} = \frac{27}{50} = 54\%$$

事實證明
小清的理论是錯的

說明：未明確列出題目要求的式子，且未能完成題目要求的檢驗，但以反例說明小清的答案不一定正確。

0分樣卷一：

$$(a \times 60\% + b \times 50\%) \times 100\%$$

說明：列式錯誤，策略模糊不清。

0分樣卷二：

甲校男 60% 女 = 40%

$$100 - 60 = 40$$

乙校 60人男 50% 女 = 50%

$$100 - 50\% = 50\%$$

男 = $\frac{60 + 50}{2} = 55\%$

女 = $\frac{40 + 50}{2} = 45\%$

$$55 + 45 = 100\%$$

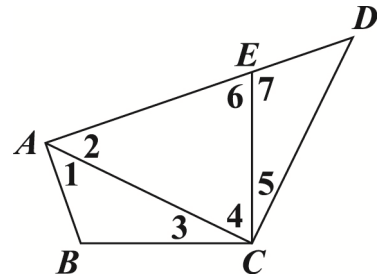
1. 占 55%
2. 女
3.

說明：將兩校男生占該校人數的百分比平均，策略錯誤。

二、第 2 題試題內容、評分指引、樣卷說明

〈試題內容〉

如圖(十四)，四邊形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{AD} 上，其中 $\angle BAE = \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$ ，且 $\overline{BC} = \overline{CE}$ 。請完整說明為何 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEC$ 全等的理由。



圖(十四)

〈評分指引〉依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	1. 明確寫出全等性質所需之三個條件(相等之對應角與對應邊)，並對這些條件提出適當的理由(已知條件的理由可省略)。
2	1. 未寫出全等性質所需之全部條件及其適當理由，但正確應用全等性質，並針對證明全等所需之部分條件提出適當的理由。
1	1. 正確寫出全等性質所需之三個條件，但未對任何條件提出適當的理由。 2. 寫出全等性質所需部分條件的適當理由，但未正確應用全等性質說明。
0	1. 只有答案或與題目無關。 2. 策略模糊不清或錯誤。

< 樣卷說明 >

3 分樣卷一：

$$\begin{aligned} & \overline{BC} = \overline{CE} \\ & \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ \qquad \therefore \angle ABC = \angle 7 \\ & \angle 4 + \angle 3 = 90^\circ \qquad \overline{BC} = \overline{CE} \\ & \qquad \qquad \qquad \angle ACB = \angle DCE \\ & \angle 3 = \angle 5 \\ & \angle ACB = \angle DCE \qquad \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ (ASA 全等)} \\ & \text{四邊形 } ABCD \text{ 內角和: } 360^\circ \\ & \angle ABC + \angle 6 = (360 - 180)^\circ \\ & \qquad \qquad \qquad = 180^\circ \\ & \angle 7 + \angle 6 = 180^\circ \\ & \angle ABC = \angle 7 \end{aligned}$$

說明：明確寫出全等性質所需之三個條件及其適當的理由。

3 分樣卷二：

$$\begin{aligned} & \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ \\ & \angle 3 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 5 \\ & \Rightarrow \angle 3 = \angle 5 \\ & \overline{BC} = \overline{CE} \\ & \angle 2 + \angle D = 90^\circ = \angle 1 + \angle 2 \\ & \angle 2 + \angle D = \angle 1 + \angle 2 \\ & \Rightarrow \angle D = \angle 1 \\ & \triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ (AAS 全等)} \end{aligned}$$

說明：明確寫出全等性質所需之三個條件及其適當的理由。

2 分樣卷一：

$$\overline{BC} = \overline{CE} \text{ (已知)}$$

$$\overline{AC} = \overline{DC} \text{ (}\triangle ACD \text{ 為等腰直角三角形)}$$

$$\angle 3 + \angle 4 = \angle 5 + \angle 4 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 3 = \angle 5$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ (SAS全等)}$$

說明：明確寫出全等性質所需之三個條件，但針對 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 未提供完整的推論過程。

2 分樣卷二：

$$\because \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$$

$$\angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5$$

$$\text{又} \because \angle 7 = \angle 2 + \angle 4$$

$$\therefore 180 - (\angle 2 + \angle 4) = 180 - \angle 7 = \angle 6$$

$$\therefore 180 - (\angle 1 + \angle 3) = \angle 7$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 6$$

$$\therefore \angle B \text{ 的外角} = \angle 1 + \angle 3 = \angle 6$$

$$\therefore \angle B = 180 - \angle 6 = \angle 7$$

說明：未完全寫出全等性質所需之三個條件及其適當的理由(省略已知條件 $\overline{BC} = \overline{CE}$)，但除已知條件外，包含證明全等所需之其他所有條件，並針對這些條件提出適當的理由。

1 分樣卷一：

$$\angle 3 = \angle 5, \overline{BC} = \overline{CE}, \angle B = \angle D$$

兩者為 ASA 全等三角形

說明：寫出全等性質所需之三個條件，但未對任何條件提出適當的理由。

1 分樣卷二：

$$\overline{BC} = \overline{CE} (S)$$

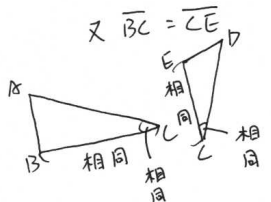
$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5 (A)$$

說明：寫出全等性質所需部分條件的適當理由，但未正確應用全等性質說明。

0分樣卷一：

因為 $\angle BCE = \angle ACD$
又 $\overline{BC} = \overline{CE}$



故 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$

說明：只寫出二個全等性質所需條件，且未對任何條件提出適當的理由，策略模糊。

0分樣卷二：

$\because \angle B = \angle E$
 $\overline{BC} = \overline{CE}$
 $\overline{AB} = \overline{DE}$

故 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$.

說明：使用非全等性質(SSA)，策略錯誤。