107 年國中教育會考數學科非選擇題

第 2 題 — 三級分樣卷說明

序號	樣卷一
級分	三級分
指引	1
樣卷說明	
正確呈現三條路徑的長度，以平方展開根號的方式正確推論三條路徑的長度關係，表達合理、完整，並正確判斷最長與最短路徑。	

R_1：$\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

$\overline{CD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{BD}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

∴ R_1 長為 $\sqrt{10}+\sqrt{2}+\sqrt{10}$

$=2\sqrt{10}+\sqrt{2}$

R_2：$\overline{AE}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{ED}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

$\overline{DF}=1$

$\overline{BF}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

∴ R_2 長為 $\sqrt{2}+\sqrt{10}+1+\sqrt{5}$

R_3：$\overline{AG}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{BG}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

∴ R_3 長為 $2\sqrt{5}+\sqrt{10}$

R_1 和 R_2 中：都有 $\sqrt{10}$ 和 $\sqrt{2}$，同減 $(\sqrt{10}+\sqrt{2})$

∴只需比較 $\sqrt{10}$ 和 $1+\sqrt{5}$ 的大小

$(\sqrt{10})^2=10$

$(1+\sqrt{5})^2=6+2\sqrt{5}$　又 $\sqrt{5}>2$

∴ $6+2\sqrt{5}>6+2\times2=10$

$(R_2)^2>(R_1)^2$　∴ $R_2>R_1$ —①

R_1 和 R_3 中：都有 $\sqrt{10}$，同減 $\sqrt{10}$

只需比較 $\sqrt{10}+\sqrt{2}$ 和 $2\sqrt{5}$ 的大小

$(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2=12+4\sqrt{5}$　$(2\sqrt{5})^2=20$

∵ $\sqrt{5}>2$

∴ $12+4\sqrt{5}>12+4\times2=20$

$(R_1)^2>(R_3)^2$

∴ $R_1>R_3$ —②

由①.②得：

$R_2>R_1>R_3$

A: 最長路徑為 R_2，最短路徑為 R_3

序號	樣卷二
級分	三級分
指引	2
樣卷說明	
正確呈現三條路徑的長度，以適當的近似值比較三條路徑的長度，並正確判斷最長與最短路徑。	

方格為 5×5　一個方格邊長為 1

$R_1=\overline{AC}+\overline{CD}+\overline{BD}$

$=\sqrt{1^2+3^2}+\sqrt{1^2+1^2}+\sqrt{1^2+3^2}$

$=\sqrt{10}+\sqrt{2}+\sqrt{10}$

$=2\sqrt{10}+\sqrt{2}$

$\fallingdotseq 2\times3.16+1.41$

$\fallingdotseq 7.73$

$R_2=\overline{AE}+\overline{ED}+\overline{DF}+\overline{FB}$

$=\sqrt{1^2+1^2}+\sqrt{1^2+3^2}+1+\sqrt{2^2+1^2}$

$=\sqrt{2}+\sqrt{10}+1+\sqrt{5}$

$\fallingdotseq 1.41+3.16+1+2.23$

$\fallingdotseq 7.8$

$R_3=\overline{AG}+\overline{GB}$

$=\sqrt{4^2+2^2}+\sqrt{1^2+3^2}$

$=2\sqrt{5}+\sqrt{10}$

$\fallingdotseq 2\times2.23+3.16$

$\fallingdotseq 7.62$

∵ $7.62<7.73<7.8$

∴ $R_3<R_1<R_2$

故最長為 R_2

最短為 R_3 #

<table>
<tr><td>序號</td><td>樣卷三</td><td rowspan="5">連接A、D，形成$\overline{AD}$
在R_1、R_2中，$\overline{AC}=\overline{DE}$，$\overline{CD}=\overline{AE}$，但$\overline{DF}+\overline{FB}>\overline{DB}$(△任兩邊和大於第三邊)，∴$R_2>R_1$
在R_1、R_3中，$\overline{DB}=\overline{BG}$，$\overline{AD}=\overline{AG}$，但$\overline{AC}+\overline{CD}>\overline{AD}$
(△任兩邊和大於第三邊)，∴$\overline{AC}+\overline{CD}>\overline{AG}$
∴$R_1>R_3$
∴$R_2>R_1>R_3$，最長為R_2，最短為R_3 #</td></tr>
<tr><td>級分</td><td>三級分</td></tr>
<tr><td>指引</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">樣卷說明</td></tr>
<tr><td colspan="2">以三角形邊長關係的性質，完整推論並正確判斷最長與最短路徑。</td></tr>
</table>